

**Вопросы для подготовки к экзамену по ТФДП для студентов 3 курса
специальности «Математика и информатика»
(пятый семестр)**

1. Мощность. Понятие равномощности. Примеры. Существование бесконечных неравномощных множеств. Мощность. Признаки равномощности. Сравнение мощностей.

Признаки счетной мощности. Минимальность счетной мощности. Счетность множества рациональных чисел. Прямое произведение счетных множеств. Алгебраические числа, их счетность.

Мощность континуума. Существование трансцендентных чисел, их мощность. Объединение и прямое произведение конечного или счетного семейства континуумов. Континуальность R^n . Объединение континуального семейства множеств мощности континуум. Прямое произведение счетного семейства счетных множеств.

Существование множеств сколь угодно высокой мощности. Понятие о проблеме континуума.

2. Метрические пространства. Понятие метрического пространства, примеры. Шары. Ограниченные множества. Понятие нормированного пространства, примеры. Функциональные пространства. Скалярное произведение. Предгильбертовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского.

Сходимость в метрических пространствах. Граница. Открытые и замкнутые множества.

Фундаментальные последовательности и их свойства. Понятие полного пространства. Признаки полноты и неполноты пространства. Примеры полных и неполных пространств. Гильбертовы пространства.

Неподвижная точка отображения. Сжимающие отображения. Свойства последовательностей итераций сжимающего отображения. Принцип сжимающих отображений.

3. Интеграл. Ступенчатые множества. Аппроксимация множества ступенчатыми. Мера Лебега. Свойства меры (обзорно).

Критерий Лебега интегрируемости по Риману (без доказательства).

Интеграл Лебега. Интегрируемость функции Дирихле. Связь между интегралами Римана и Лебега.

Свойства интеграла Лебега (обзорно). Эквивалентные функции.

Распространение интеграла Лебега на неограниченные функции с помощью срезов функции. Суммируемые функции.

Функциональное пространство L^2 , его полнота.

4. Ряды Фурье. Ряд в предгильбертовом пространстве. Почленное скалярное умножение. Ортогональные системы. Теорема Пифагора. Ортонормированные системы. Ряд Фурье. Критерий Стеклова.

Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Критерий полноты.