

Вопросы для подготовки к экзамену по математическому анализу для студентов 1 курса специальности «Математика и информатика» (первый семестр)

1. Понятие действительного числа. Множество \mathbb{R} действительных чисел. Разделяющее число двух множеств. Аксиома непрерывности множества \mathbb{R} .
2. Модуль действительного числа. Теоремы о модулях (неравенства с модулями, теорема о модуле суммы). Геометрический смысл модуля числа и модуля разности двух чисел.
3. Ограниченные числовые множества и их грани. Точные грани, и характеристические свойства, теорема о существовании точной верхней грани.
4. Понятие функции, область определения, область значений функции. Способы задания функций.
5. Основные свойства функций (ограниченность, монотонность, чётность, нечётность, периодичность) и их графическая иллюстрация, примеры.
6. Основные свойства функций (ограниченность, монотонность, чётность, нечётность, периодичность) и их графическая иллюстрация, примеры.
7. Понятие числовой последовательности, предел последовательности, его геометрический смысл. Теорема с единственности предела.
8. Предел последовательности (определение), теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
9. Бесконечно малые последовательности (примеры). Признак предела последовательности.
10. Бесконечно малые последовательности. Леммы о бесконечно малых.
11. Теоремы о пределах суммы и произведения последовательностей.
12. Теорема о пределе частного последовательностей.
13. Предельный переход в неравенствах для последовательностей.
14. Теорема о пределе промежуточной последовательности.
15. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, связь между ними.
16. Предел монотонной ограниченной последовательности (теоремы Вейерштрасса). Следствия.
17. Неравенство Бернулли. Существование предела, определяющего число e .
18. Принцип вложенных отрезков.
19. Подпоследовательности. Предел последовательности её подпоследовательности.
20. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
21. Понятие фундаментальной последовательности. Критерий Коши существования предела последовательности.
22. Предельная точка. Определения предела функции в точке (по Коши, по

- Гейне, на языке окрестностей). Теоремы о пределах функции в точке.
23. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел. Теорема о пределе промежуточной функции.
 24. Предел отношения синуса к аргументу, стремящемуся к нулю, следствия.
 25. Понятие сложной функции. Теорема о пределе сложной функции.
 26. Пределы функции на бесконечности и бесконечные пределы.
 27. Односторонние пределы функции, их связь с пределом функции.
 28. Бесконечно малые функции при $x \rightarrow 0$, примеры; сравнение бесконечно малых.
 29. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$, пределы, связанные с числом e .
 30. Различные определения непрерывности функции в точке.
 31. Непрерывность суммы, произведения, частного функции и сложной функции.
 32. Локальные свойства функции, непрерывной в точке.
 33. Точки разрыва функции, их классификация. Предел и точки разрыва монотонной функции (иллюстрация).
 34. Теорема о нуле функции, непрерывной на отрезке.
 35. Теорема о промежуточном значении функции, непрерывной в промежутке, следствия.
 36. Теорема об ограниченности функции, непрерывной на отрезке.
 37. Теорема о наибольшем (наименьшем) значении функции, непрерывной на отрезке.
 38. Понятие обратной функции. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
 39. Понятие производной, примеры вычисления производной.
 40. Дифференцируемость функции. Производная. Связь между дифференцируемостью и существованием производной.
 41. Непрерывность функции, имеющей производную.
 42. Геометрический и механический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции.
 43. Производная суммы, произведения, частного.
 44. Производная сложной функции.
 45. Производная обратной функции.
 46. Производные степенной, показательной, логарифмической функции.
 47. Обратные тригонометрические функции и их производные.
 48. Теорема (лемма) Ферма.
 49. Теорема Ролля.
 50. Теорема Лагранжа.
 51. Теорема Коши.
 52. Правило Лопиталя.
 53. Дифференциал функции и его применение в приближённых вычислениях.