

СПИСОК ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ
(1 курс, специальность «Физика и информатика», 1 семестр)

*1. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ И НЕСКОЛЬКИХ
ПЕРЕМЕННЫХ*

1. Действительные числа (понятие, свойства).
2. Модуль действительного числа (определение, свойства с доказательством одного по выбору, геометрический смысл модуля числа и модуля разности двух чисел).
3. Ограниченные числовые множества и их грани. Точная верхняя и точная нижняя грани числовых множеств. Числовые промежутки.
4. Числовые функции одной переменной (определение, область определения и область значений функции, способы задания функции, понятие сложной и обратной функций).
5. Свойства функций одной переменной (монотонность, периодичность, четность / нечетность, ограниченность / неограниченность), их графическая иллюстрация, примеры.
6. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности, его геометрический смысл и свойства (с доказательством теоремы о единственности предела числовой последовательности).
7. Предел числовой последовательности (определение, геометрический смысл). Свойства предела числовой последовательности (с доказательством необходимого условия сходимости).
8. Бесконечно малые числовые последовательности (определение, примеры, леммы о бесконечно малых последовательностях с доказательством одной из них по выбору).
9. Бесконечно малые числовые последовательности (определение, примеры). Признак существования предела числовой последовательности.
10. Понятие предела числовой последовательности. Свойства предела числовой последовательности (с доказательством теоремы об арифметических действиях над пределами последовательностей).
11. Предел функции одной переменной в точке (определения по Коши, по Гейне, на языке окрестностей, геометрическое). Примеры применения определений по Коши и по Гейне к решению задач. Свойства предела функции одной переменной в точке.
12. Предел функции одной переменной в точке (определения по Коши, по Гейне, на языке окрестностей, геометрическое). Односторонние пределы функции одной переменной и их связь с пределом функции (привести примеры).
13. Пределы функции одной переменной на бесконечности, бесконечные пределы функции одной переменной (определения по Коши и по Гейне). Замечательные пределы функции одной переменной (с примерами их

- применения к решению задач). Предел степенно-показательной функции (формула, пример).
14. Бесконечно малые функции одной переменной при $x \rightarrow x_0$ (определение, примеры). Сравнение бесконечно малых функций. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций одной переменной (с доказательством двух соотношений по выбору).
 15. Непрерывность функции одной переменной в точке (основное определение, определения по Коши, по Гейне, на языке приращений). Свойства функций одной переменной, непрерывных в точке (с доказательством теоремы об арифметических действиях над непрерывными функциями).
 16. Точки разрыва функции одной переменной (определение, классификация, примеры).
 17. Свойства функций одной переменной, непрерывных на отрезке (с доказательством второй теоремы Вейерштрасса).
 18. Точечные множества в n – ом пространстве.
 19. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.

2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

20. Производная функции одной переменной (определение, алгоритм вычисления, примеры), её геометрический и механический смысл. Связь между существованием производной функции одной переменной и непрерывностью функции.
21. Понятие производной функции одной переменной. Правила нахождения производных (с доказательством теоремы о производной суммы и произведения).
22. Понятие производной функции одной переменной. Теоремы о вычислении производных (с доказательством теоремы о производной обратной функции).
23. Производные элементарных функций одной переменной.
24. Дифференцируемость функции одной переменной. Понятие дифференциала. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции одной переменной.
25. Дифференциал функции одной переменной (определение, свойства, применение в приближённых вычислениях, примеры).
26. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной (определения, правила вычисления, примеры).
27. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Ферма (доказательство, геометрический смысл).
28. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Ролля (доказательство, геометрический смысл).

29. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Лагранжа (доказательство, геометрический смысл, формула конечных приращений).
30. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Коши.
31. Формулы Тейлора и Маклорена (с примерами).
32. Раскрытие неопределённостей при вычислении пределов функции одной переменной. Правило Лопиталю (доказательство, примеры).
33. Применение производной к исследованию функции одной переменной на монотонность (доказательство одной теоремы, пример).
34. Применение производной к исследованию функции одной переменной на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба (доказательство одной теоремы, пример).
35. Асимптоты графика функции одной переменной (определения, виды, примеры).
36. Наибольшее и наименьшее значения функции одной переменной, непрерывной на отрезке, интервале и произвольном промежутке.
37. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
38. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных (с доказательством одного из них).
39. Параметрическое и неявное задание функций, их дифференцирование (определения, формулы, примеры).
40. Частные производные высших порядков функции нескольких переменных (определения, примеры), смешанные частные производные (определение, примеры) и условия их равенства.
41. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
42. Экстремумы функции двух переменных (определения, необходимые и достаточные условия, правило исследования, примеры).
43. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных, непрерывной в замкнутой ограниченной области (правило нахождения, пример).