

**Вопросы по математическому анализу для студентов 3 курса  
специальности «Прикладная математика и информатика»  
(зимняя сессия)**

1. Равномощные множества. Теорема о неравномощности множества натуральных чисел и множества действительных чисел.
2. Сравнение мощностей. Теорема о промежуточном множестве.
3. Теорема Кантора-Бернштейна.
4. Счетные множества. Признаки счетной мощности.
5. Прямое произведение счетных множеств.
6. Минимальность счетной мощности.
7. Теорема о счетности множества алгебраических чисел.
8. Континуальные множества. Теорема об объединении континуальных множеств.
9. Множество последовательностей из натуральных чисел.
10. Прямое произведение континуальных множеств.
11. Существование множеств сколь угодно высокой мощности.
12. Понятие метрического пространства. Примеры.
13. Линейные нормированные пространства. Примеры.
14. Пространства со скалярным произведением. Примеры.
15. Понятие предела последовательности в метрическом пространстве. Свойства сходящихся последовательностей.
16. Сходимость в метрических пространствах  $R_1^n$ ,  $R_2^n$ ,  $R_\infty^n$ .
17. Замкнутые множества. Свойства замкнутых множеств.
18. Открытые множества. Свойства открытых множеств.
19. Теорема о структуре открытых и замкнутых множеств на числовой прямой.
20. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах.
21. Полные и неполные метрические пространства.
22. Неподвижные точки отображения. Примеры.
23. Сжимающее отображение. Примеры.
24. Теорема Банаха.
25. Применение теоремы Банаха для решения уравнений.
26. Применение теоремы Банаха для решения систем линейных уравнений.
27. Понятие внешней и внутренней меры множества. Основные свойства.
28. Понятие измеримого множества по Лебегу. Свойства измеримых множеств.
29. Признаки измеримости множества.
30. Измеримые функции. Примеры.
31. Свойства измеримых функций.
32. Понятие нижних и верхних сумм Лебега и их свойства.
33. Определение интеграла Лебега. Свойства интеграла Лебега.
34. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Примеры.
35. Пространство  $L_2$  и его основные свойства.
36. Пространство  $l_2$  и его основные свойства.
37. Теорема Рисса-Фишера.