

**Вопросы к экзамену по дифференциальным уравнениям для студентов 3 курса
специальности «Прикладная математика и информатика»
(5 семестр)**

1. Нормальная система дифференциальных уравнений. Задача Коши и теорема о существовании и единственности решения.
2. Сведение дифференциальных уравнений n -го порядка к нормальной системе уравнений.
3. Решение нормальной системы дифференциальных уравнений методом исключения.
4. Решение нормальной системы дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций.
5. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Структура общего решения.
6. Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Структура общего решения.
7. Матричный метод решения однородных систем линейных уравнений 1-го порядка в общем случае.
8. Матричный метод решения однородных систем линейных уравнений 1-го порядка с постоянными коэффициентами.
9. Матричный метод решения неоднородных систем линейных уравнений 1-го порядка.
10. Решение однородных систем линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера в случае, когда характеристическое уравнение имеет различные и действительные корни.
11. Решение однородных систем линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера в случае, когда характеристическое уравнение имеет различные комплексные корни.
12. Решение однородных систем линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера в случае, когда характеристическое уравнение имеет кратные корни.
13. Решение неоднородных систем линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка с постоянными коэффициентами методом вариации произвольных постоянных.
14. Решение неоднородных систем линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка с постоянными коэффициентами методом неопределенных коэффициентов.
15. Первые интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений.
16. Общий интеграл нормальной системы дифференциальных уравнений.
17. О числе независимых интегралов нормальной системы.
18. Понижение порядка нормальной системы при помощи первых интегралов.
19. Приведение нормальной системы к симметрической форме.
20. Интегралы, первые интегралы и общий интеграл систем дифференциальных уравнений в симметрической форме.
21. О числе независимых интегралов автономной системы дифференциальных уравнений.
22. Механическое истолкование дифференциального уравнения 1-го порядка и его решений.

23. Механическое истолкование нормальной системы дифференциальных уравнений 1-го порядка и ее решений.
24. Понятие устойчивости решения в случае одного дифференциального уравнения.
25. Понятие устойчивости решения нормальной системы дифференциальных уравнений.
26. Условия устойчивости для однородных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
27. Критерий устойчивости по первому приближению нелинейных систем дифференциальных уравнений.
28. Исследование устойчивости методом функций Ляпунова.
29. Понятие линейной краевой задачи для линейных уравнений 2-го порядка. Теорема об альтернативе.
30. Решение линейной краевой задачи с помощью функции Грина.
31. Решение линейной краевой задачи сведением к двум задачам Коши.

ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО ЗАДАНИЯ

1. Сведение дифференциальных уравнений n -го порядка к нормальной системе уравнений.
2. Критерий устойчивости по первому приближению нелинейных систем дифференциальных уравнений.

3. Решите систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = x + e^t + e^{-t}. \end{cases}$$

4. Методом функций Ляпунова исследовать на устойчивость нулевые решения

следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -xy^4, \\ \frac{dy}{dt} = yx^4. \end{cases}$$

5. Найдите один из первых интегралов системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_2^2 + \sin x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_2 \cos x_1. \end{cases}$$