

**Вопросы к экзамену по математическому анализу для студентов 2 курса  
специальности «Прикладная математика и информатика»  
(летняя сессия 2008-09 уч. год)**

1. Основные понятия: числовой ряд, частичная сумма, сумма ряда, сходящийся и расходящийся ряды. Геометрический ряд.
2. Простейшие свойства сходящихся рядов. Остаток ряда.
3. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Критерий Коши сходимости ряда.
4. Знакоположительные ряды. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительных рядов.
5. Первая теорема сравнения. Примеры.
6. Вторая теорема сравнения. Примеры.
7. Признак Даламбера.
8. Радикальный признак Коши.
9. Интегральный признак Коши-Маклорена. Обобщенный гармонический ряд.
10. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
11. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Оценка погрешности.
12. Признак Абеля. Признак Дирихле. Примеры.
13. Свойство ассоциативности для числовых рядов.
14. Свойство коммутативности для числовых рядов. Теоремы Дирихле и Римана.
15. Свойство дистрибутивности для числовых рядов.
16. Понятие бесконечного произведения. Связь между сходимостью бесконечного произведения и сходимостью числовых рядов.
17. Функциональные последовательности и ряды (основные понятия). Примеры.
18. Простейшие свойства функциональных рядов. Абсолютная и условная сходимость функциональных рядов.
19. Понятие равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов. Примеры.
20. Критерий Коши равномерной сходимости рядов.
21. Признак Вейерштрасса. Примеры.
22. Непрерывность предельной функции равномерно сходящейся последовательности. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда.
23. Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда.
24. Теорема о почленном дифференцировании равномерно сходящегося ряда.
25. Степенные ряды. Теорема Абеля.
26. Интервал сходимости и радиус сходимости степенного ряда.
27. Равномерная сходимость степенного ряда. Непрерывность суммы степенного ряда.
28. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

29. Разложение функции в степенной ряд. Необходимое условие. Единственность разложения. Ряд Тейлора.
30. Пример бесконечно дифференцируемой функции, не разложимой в ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора.
31. Достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора.
32. Разложение в ряд Тейлора функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ .
33. Разложение в ряд Тейлора функций  $\ln(1+x)$ ,  $\arctg x$ ,  $(1+x)^\alpha$ .
34. Приложения степенных рядов.
35. Тригонометрические ряды. Свойства суммы тригонометрического ряда. Единственность разложения. Тригонометрический ряд Фурье.
36. Условия разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.
37. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Ортогональность тригонометрической системы.
38. Понятие общего ряда Фурье по произвольной ортогональной системе функций.
39. Интеграл Фурье.
40. Прямое и обратное преобразования Фурье и их свойства.